

|   |   |                               |  |                             |                |
|---|---|-------------------------------|--|-----------------------------|----------------|
| <b>Óbudai Egyetem</b>   |   | <b>Alba Regia Műszaki Kar</b> |  |                             |                |
| <b>Tantárgy neve és kódja: MATEMATIKA I</b>   |   | AMXMA1KBNE                    |  | <b>Kreditérték: 6</b>       |                |
| Nappali tagozat   |   | 2019/2020 tanév őszi félév    |  | félév (szemeszter) I.       |                |
| Szakok, melyeken a tárgyat oktatják: villamosmérnök   |   |                               |  |                             |                |
| Tantárgyfelelős oktató:   |   | Dr. Borbély József            |  | Oktatók: Dr. Borbély József |                |
| Előtanulmányi feltételek (kóddal):  |   |                               |  |                             |                |
| Heti óraszámok:   |   | Előadás: 3                    |  | Tantermi gyak.: 3           |                |
|   |   | Laborgyakorlat:               |  | Konzultáció:                |                |
| Számonkérés módja (s,v,f):  |   | évközi jegy                   |  |                             |                |
| <b>A tananyag</b>   |   |                               |  |                             |                |
| Oktatási cél: A hallgatók további tanulmányaihoz szükséges matematikai alapok elsajátítása. A matematikai gondolkodás fejlesztése, és segítségével a műszaki szemléletmód kialakulásának elősegítése. |   |                               |  |                             |                |
| Tematika: Az analízis és az algebra alkalmazásai  |   |                               |  |                             |                |
| <b>Témakör</b>  |   |                               |  |                             | <b>Óraszám</b> |
| <b>Előadások:</b>   |   |                               |  |                             |                |
| <b>1</b>  | <i>A valós számok műveleti tulajdonságai, test definíciója. A komplex számok bevezetése és algebrai alakjuk, műveletek az algebrai alakkal. Komplex számok trigonometrikus és exponenciális alakja. Komplex számok n-edik gyökei. A háromszög-egyenlőtlenség.</i>   |                               |  |                             | 3+2            |
| <b>2</b>  | <i>Számosságok. Injektív, szürjektív és bijektív leképezések. Azonos számosságú halmazok. Megszámlálható, nem megszámlálható halmazok definíciója. A racionális számok és az irracionális számok halmazának számossága. Sorozat fogalma. Konvergencia, divergencia. Felső és alsó korlát, szuprémum és infimum, a megfelelő axiómák kimondása. Monoton korlátos sorozatok konvergenciája. Torlódási pont. Plusz és mínusz végtelenbe tartás definíciója. Rendőrelv.</i> |                               |  |                             | 3+2            |
| <b>3</b>  | <i>Műveletek konvergens sorozatokkal (összeg, szorzat, hányados, hatványozás). Műveletek divergens sorozatokkal. Részsorozat fogalma, Bolzano-Weierstrass-tétel. A számtani és mértani közepekre vonatkozó egyenlőtlenség.</i>  |                               |  |                             | 3+2            |
| <b>4</b>  | <i>Az Euler-szám (e) bevezetése, az <math>e^x</math> szám sorozathatárértékként történő előállítás. Az <math>\sqrt[n]{n}</math> sorozat. Középsorozatok (számtani és mértani) tulajdonságai, az ezek konvergenciára vonatkozó tételek. Az <math>\sqrt[n]{n!}</math> és az <math>\frac{n}{\sqrt[n]{n!}}</math> sorozatok.</i>  |                               |  |                             | 3+2            |
| <b>5</b>  | <i>Limesz inferior és limesz superior definíciója, ezek létezésének tisztázása. A Cauchy-féle konvergenciakritérium. Végtelen sor definíciója. Sorok konvergenciájának, divergenciájának fogalma. A sor konvergenciájának szükséges és elégséges feltétele. Akhilleusz és a teknősbéka, mértani sorok.</i>  |                               |  |                             | 3+2            |
| <b>6</b>  | <i>Majoráns, minoráns kritérium. Hányados- és gyökkritérium. Leibniz-kritérium. Cauchy-féle kondenzációs teszt. Hiperharmonikus sorok.</i>  |                               |  |                             | 3+2            |
| <b>7</b>  | <i>A <math>\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}</math> végtelen sor összege. Az e szám irracionális. Végtelen tizedestörtek. Valós számok előállítása végtelen tizedestörként, az előállítás egyértelműsége. Valós számok racionalitásának megfogalmazása végtelen tizedestörtek segítségével.</i>  |                               |  |                             | 3+2            |

|  |   |     |
|--|---|-----|
| <b>8</b>   | <i>Függvény fogalma. A folytonosság két definíciója, ezek ekvivalenciája. Példák. Függvények kompozíciója. Műveletek folytonos függvényekkel (összeg, szorzat, hányados, hatványozás).</i>  | 3+2 |
| <b>9</b>   | <i>Bolzano-tétel folytonos függvényekre. Weierstrass-tétel folytonos függvényekre. Függvényhatárérték két definíciója, ezek ekvivalenciája. Függvényhatárérték a plusz és mínusz végtelenben.</i>   | 3+2 |
| <b>10</b>  | <i>A függvényhatárértékek és a műveletek (összeadás, szorzás, hányados). Nevezetes függvényhatárértékek, módszer az <math>f(x)^{g(x)}</math> típusú függvények határértékeinek vizsgálatára (különös tekintettel arra az esetre, ha az alap 1-hez tart). A differenciálhatóság definíciója. A derivált szemléletes jelentése. A differenciálhatóság és a folytonosság kapcsolata.</i>   | 3+2 |
| <b>11</b>  | <i>Elemi függvények (hatványfv-ek valós kitevővel, exponenciális, szinusz, koszinusz, logaritmus) deriválhatósága. Műveletek differenciálható függvényekkel. Az összeg-, szorzat-, és hányadosfüggvény deriváltja. Az összetett függvény differenciálása. Függvények monotonitása, pontbeli monotonitás, illetve ezek kapcsolata. A pontbeli monotonitás és a derivált kapcsolata. Lokális szélsőérték hely fogalma és létezésének szükséges feltétele.</i> | 3+2 |
| <b>12</b>  | <i>Rolle tétele. A Lagrange- és a Cauchy-féle középértéktétel. Intervallumon értelmezett differenciálható függvények deriváltfüggvénye előjelének a függvény monotonitásával való kapcsolata. L'Hospital- szabály. Példák.</i>  | 3+2 |
| <b>Félévközi követelmények</b>   |   |     |
| 6, 12 hét  | 2db zh megírása feladatmegoldásokból  |     |
| Aláírás feltétele: mindkét zh-nk el kell érnie az elégséges minősítést   |   |     |
| A vizsga módja: A vizsga szóbeli, a félév végén nyilvánosságra hozott tételekből kettőt kell húzni minden vizsgázónak. A tantárgyból szerzett érdemjegy egyenlő $K\left(\frac{e \cdot z + \pi \cdot v}{e + \pi}\right)$ -vel, ahol z a zárthelyik átlaga, v a szóbeli vizsgán szerzett érdemjegy, K(x) pedig az a valós számokon értelmezett függvény, amire teljesül, hogy K(x) egyenlő $[x]$ -szel, ha $0 \leq \{x\} < 0,5$ , és K(x) egyenlő $[x]+1$ -gyel, amennyiben $0,5 \leq \{x\} < 1$ . |   |     |
| <b>Irodalom:</b>   |   |     |
| Ajánlott   | Scharnitzky Viktor: <i>Vektorgeometria és lineáris algebra</i> , Tankönyvkiadó, Budapest, 1985<br>Kovács József, Takács Gábor és Takács Miklós: <i>Analízis</i> , Tankönyvkiadó, Budapest, 1986<br><i>Matematikai feladatok</i> , Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1998   |     |
| Egyéb segédletek:  |   |     |